

EXERCICE 1

20 min

On relie un corps solide (S), de masse $m = 182 \text{ g}$, à un ressort à spires non jointive, de masse négligeable et de raideur K , et on fixe l'autre bout du ressort à un support fixe (figure 1).

Le corps (S) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal.

On écarte le corps (S) de sa position d'équilibre de la distance X_m , et on le libère sans vitesse initiale.

Pour étudier le mouvement de G_2 , on choisit le référentiel galiléen (O, \vec{i}) tel que la position

de G à l'origine des dates est confondue avec l'origine O .

On repère la position de G à l'instant t par l'abscisse x dans le repère (O, \vec{i}) .

1. Démontrer que l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit : $\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$.

L'étude expérimentale du mouvement de G a permis d'obtenir le graphe représenté sur la figure 2.

sachant que la solution de cette équation s'écrit sous la forme : $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$.

2. Trouver l'expression de la période propre T_0 .

2-1- Déterminer en exploitant le graphe les grandeurs suivantes :

l'amplitude X_m , la période T_0 et φ la phase à l'origine des dates.

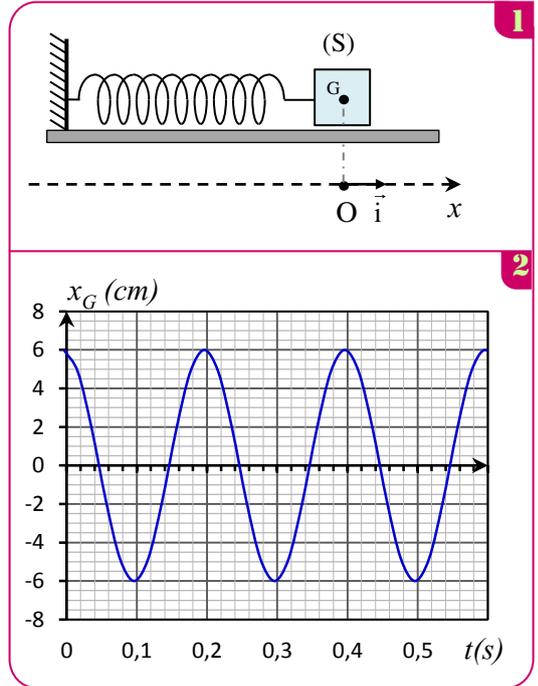
2-2- En déduire la raideur K du ressort.

2-3- On choisit le plan horizontal passant par la position de G à l'équilibre comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où le ressort n'est pas déformé comme origine de l'énergie potentielle élastique.

2-3-1- Montrer que l'énergie cinétique E_C du corps (S_2) s'écrit : $E_C = \frac{K}{2} \cdot (X_m - x)^2$.

2-3-2- Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système { corps S - ressort } en

fonction de X_m et K et en déduire la vitesse v_{G2} lorsque G passe par la position d'équilibre dans le sens positif.



EXERCICE 2

20 min

Les ressorts se trouvent dans plusieurs appareils mécaniques, comme les voitures et les bicyclettes... et produisent des oscillations mécaniques.

Cette partie a pour objectif, l'étude énergétique d'un système oscillant (corps solide - ressort) dans une position horizontale.

Soit un oscillateur mécanique horizontal composé d'un corps solide (S) de masse m et de centre d'inertie G fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives et de masse négligeable et de raideur $K = 10 \text{ N.m}^{-1}$.

L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le corps (S) glisse sans frottement sur le plan horizontal.

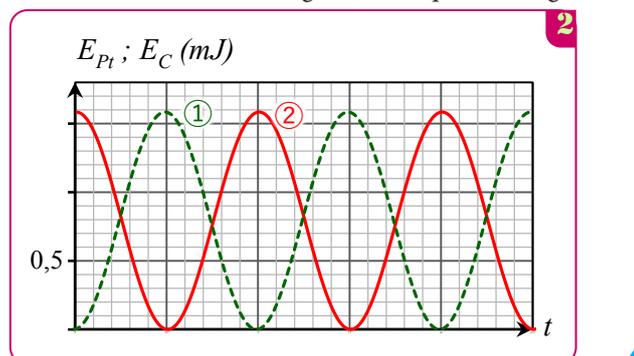
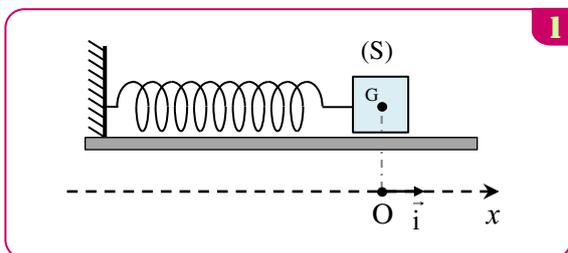
On étudie le mouvement de l'oscillateur dans le repère (O, \vec{i}) lié à la Terre et dont l'origine est confondue avec la position de G à l'équilibre de (S).

On repère la position de G à l'instant t par son abscisse x . (Figure 1)

On écarte le corps (S) horizontalement de sa position d'équilibre dans le sens positif d'une distance X_0 et on le libère sans vitesse initiale à l'instant pris comme origine des dates.

On choisit le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur, et l'état dans lequel le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique.

A l'aide d'un dispositif informatique adéquat, on obtient les deux courbes représentant les variations de l'énergie E_C cinétique et l'énergie potentielle élastique E_{pe} du système oscillant en fonction du temps. (Figure 2)



- 1- Indiquer parmi les courbes (1) et (2) celle qui représente les variations de l'énergie cinétique E_c . Justifier votre réponse.
- 2- Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant.
- 3- En déduire la valeur de la distance X_0 .
- 4- En considérant la variation de l'énergie potentielle élastique du système oscillant, trouver le travail $W_{A \rightarrow O}(\vec{T})$ de la force de rappel \vec{T} exercée par le ressort sur (S) lors du déplacement de G de la position A d'abscisse $x_A = X_0$ vers la position O.

EXERCICE 3

25 min

On étudie dans cette partie le mouvement d'un système oscillant { corps solide - ressort } dans une situation où les frottements fluides ne sont pas négligeables.

On considère un corps solide (S), de masse m et de centre d'inertie G , fixé à l'extrémité d'un ressort de masse négligeable et à spires non jointives et de raideur $K = 20 \text{ N.m}^{-1}$. L'autre extrémité du ressort est fixée en A à un support fixe.

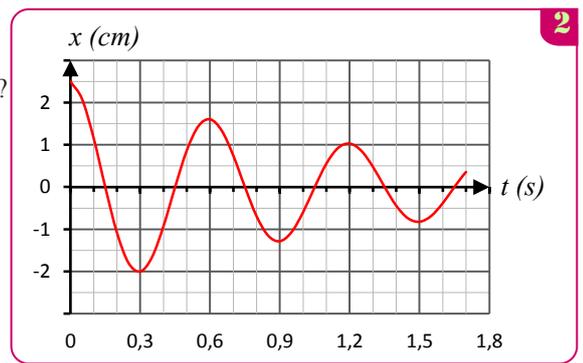
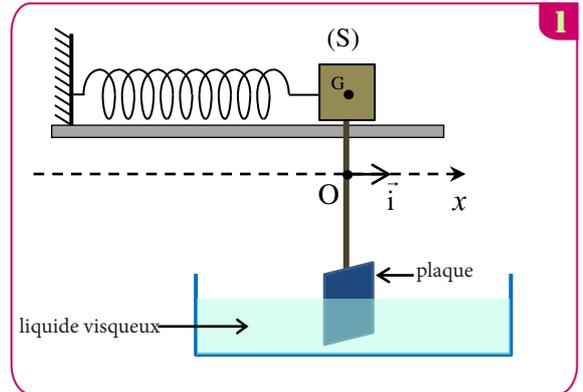
A l'aide d'une tige, on fixe une plaque au corps (S), et on plonge une partie d'elle dans un liquide visqueux comme indiqué sur la figure 1.

- On néglige la masse de la tige et de la plaque devant celle du corps (S).
- On repère la position de G à l'instant par l'abscisse x sur l'axe (OX).
- L'abscisse de G_0 , position de G à l'équilibre, correspond à O, origine de l'axe (Ox).
- On étudie le mouvement de G dans un référentiel terrestre supposé galiléen.
- On choisit la position G_0 comme référence de l'énergie potentielle élastique

Un appareil de saisie informatique a permis de tracer la courbe de variation de l'abscisse du centre d'inertie G en fonction du temps, figure 2

- A l'équilibre le ressort n'est pas déformé et le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur.
- On écarte le corps (S) de la distance d de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale.

- 1- Quel régime des oscillations est mis en évidence par la courbe représentée sur la figure 3 ?
- 2- En calculant la variation de l'énergie potentielle élastique de l'oscillateur entre les instants $t_0 = 0$ et $t_1 = 1,2 \text{ s}$, trouver le travail $W(\vec{F})$ de la force de rappel exercée par le ressort entre ces deux instants.
- 3- Déterminer la variation de l'énergie mécanique ΔE_m du système entre les instants t_0 et t_1 et donner une explication au résultat obtenu.



EXERCICE 4

20 min

On fixe le solide (S) précédent à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K .

À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère (O, \vec{i}) lié à la terre considéré comme galiléen (figure 1).

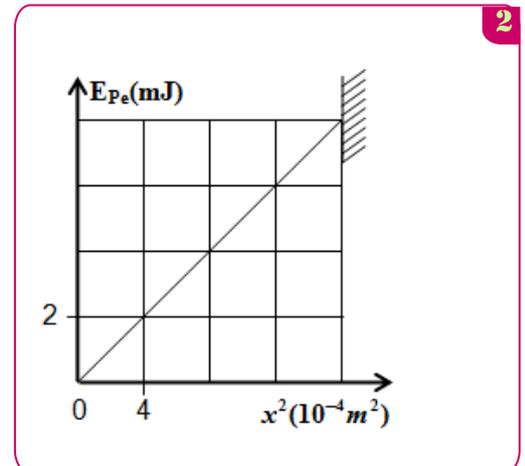
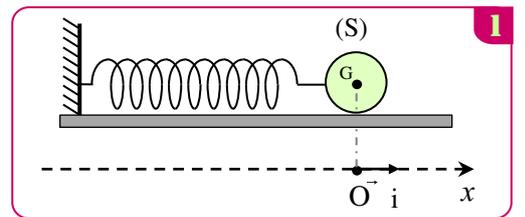
On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$.

Données:

- Tous les frottements sont négligeables;
- On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} .

La courbe de la figure (2) représente les variations de E_{pe} en fonction de x^2 , carré de l'abscisse x du centre d'inertie G dans le repère (O, \vec{i}) .

- 1 En exploitant la courbe de la figure (2), trouver les valeurs de:
 - a. la constante de raideur K .
 - b. l'énergie potentielle élastique maximale $E_{pe,max}$.
 - c. l'amplitude X_m des oscillations.



- ③ Dédurre, en justifiant votre réponse, la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant.
- ④ Le centre d'inertie G passe par la position d'équilibre dans le sens positif avec la vitesse $v = 0,25 \text{ m.s}^{-1}$.
Montrer que l'expression de la période propre des oscillations s'écrit $T_0 = 2\pi \cdot \frac{X_m}{v}$. Calculer T_0 .

EXERCICE 4 🕒 25 min

Un système oscillant est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse m , et d'un ressort horizontal, à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $K = 20 \text{ N.m}^{-1}$.

Le solide (S) est accroché à l'une des deux extrémités du ressort, l'autre extrémité est fixée à un support immobile.

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_m puis on le lâche sans vitesse initiale. Le solide (S) oscille sans frottements sur un plan horizontal. (figure1)

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère (O, \vec{i}) lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. L'origine O de l'axe coïncide avec la position de G lorsque le solide (S) est à l'équilibre.

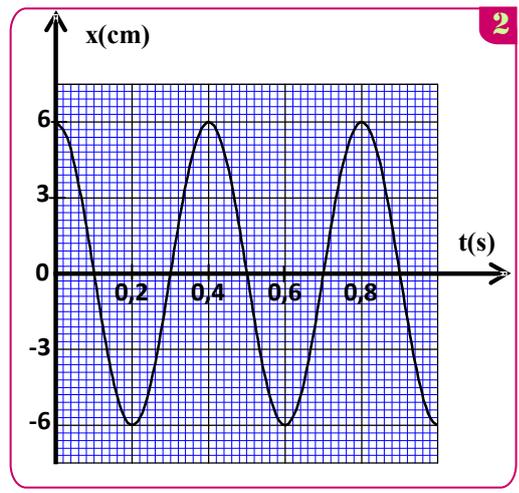
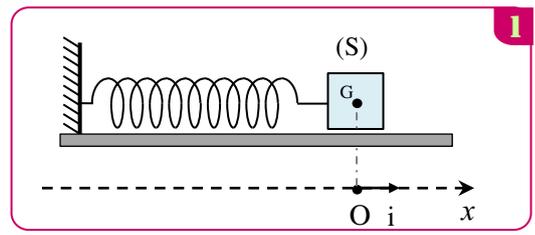
On repère, dans le repère (O, \vec{i}) , la position de G à un instant t par l'abscisse x

On choisit le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où G est à la position d'équilibre ($x=0$) comme référence de l'énergie potentielle élastique.

L'équation horaire du mouvement de G s'écrit sous forme $x(t) = X_m \cdot \cos(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi)$.

La courbe de la figure 2 représente le diagramme des espaces $x(t)$.

- ① Déterminer les valeurs de X_m , T_0 et de φ .
- ② Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur étudié.
- ③ Trouver la valeur de l'énergie cinétique E_{C1} de l'oscillateur mécanique à l'instant $t_1 = 0,3 \text{ s}$.
- ④ Calculer le travail $W_{AB}(\vec{F})$ de la force de rappel lorsque le centre d'inertie G se déplace de la position A d'abscisse $x_A = 0$ à la position B d'abscisse $x_B = \frac{X_m}{2}$.



EXERCICE 5 🕒 35 min

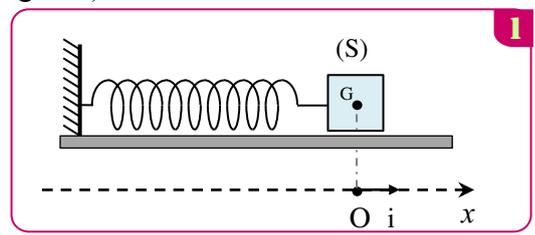
Partie I: Etude énergétique d'un pendule élastique

On fixe le solide (S) de masse $m=100 \text{ g}$ précédant à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K .

Le solide (S) est accroché à l'une des deux extrémités du ressort, l'autre extrémité est fixée à un support immobile.

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_m puis on le lâche sans vitesse initiale. Le solide (S) oscille sans frottements sur un plan horizontal. (figure1)

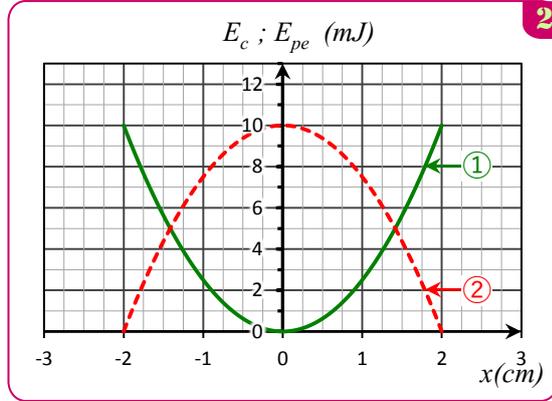
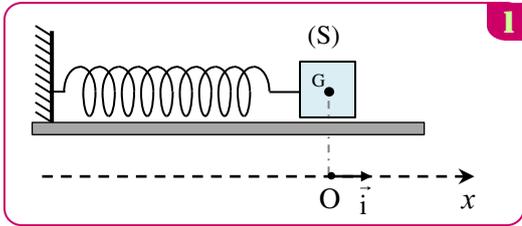
On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère (O, \vec{i}) lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. L'origine O de l'axe coïncide avec la position de G lorsque le solide (S) est à l'équilibre.



Données:

- Tous les frottements sont négligeables;
- On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} .

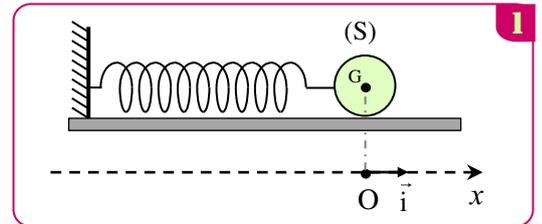
A l'aide d'un dispositif informatique adéquat, on obtient les deux courbes représentant les variations de E_c et E_{pe} en fonction de x . voir figure 2



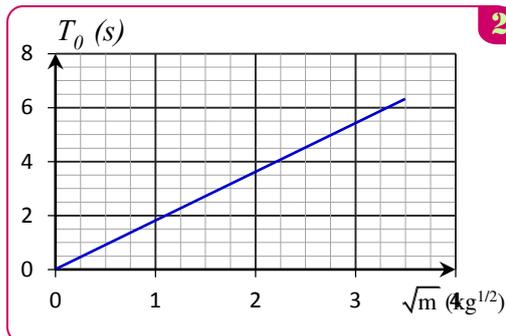
1. Indiquer parmi les courbes (1) et (2) celle qui représente les variations de l'énergie cinétique E_c
2. Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur étudié et déduire la valeur de la vitesse maximale V_{max}
3. Calculer le travail $W_{AB}(\vec{F})$ de la force de rappel lorsque le centre d'inertie G se déplace de la position A d'abscisse $x_A = 0$ à la position B d'abscisse $x_B = \frac{X_m}{2}$.
4. Déterminer les valeurs de X_m , E_{pemax} et déduire la valeur de la constante de raideur K et déduire la valeur de la constante de raideur K
5. Calculer les abscisses x_1 et x_2 lorsque $E_c = 2E_{pe}$

Partie II : Etude du mouvement d'un pendule élastique

On fixe le solide (S) précédé à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K .
 À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère (O, \vec{i}) lié à la terre considéré comme galiléen (figure 1).
 On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$.



1. En appliquant la deuxième loi de Newton trouver l'équation différentielle vérifiée par L'équation horaire du mouvement de G s'écrit sous forme $x(t) = X_m \cdot \cos(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi)$.
 2. Déterminer l'expression de la période propre T_0
- La figure 2 représente la variation de T_0 en fonction de \sqrt{m}
3. Déterminer la valeur de la constante de raideur K .



EXERCICE 1

35 min

Un oscillateur mécanique vertical est constitué d'un corps solide S de masse $m=200\text{ g}$ et d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K . L'une des extrémités du ressort est fixée à un support fixe et l'autre extrémité est liée au solide S (figure 1). On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G du solide S dans un repère $R(O, \vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On repère la position de G à un instant t par la cote z sur l'axe (O, \vec{k}) . A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère $R(O, \vec{k})$. On prendra $\pi^2 = 10$.

1- Frottements négligeables

On écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre et on l'envoie à l'instant de date $t=0$, avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 = V_{0z} \vec{k}$.

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de la cote $z(t)$ du centre d'inertie G .

- 1 Déterminer, à l'équilibre, l'allongement $\Delta \ell_0$ du ressort en fonction de m , K et de l'intensité de la pesanteur g .
- 2 Etablir l'équation différentielle vérifiée par la cote z du centre d'inertie G .
- 3 La solution de cette équation

différentielle s'écrit $z = z_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$

avec T_0 la période propre de l'oscillateur.

Déterminer la valeur de K et celle de V_{0z} .

2-Frottements non négligeables

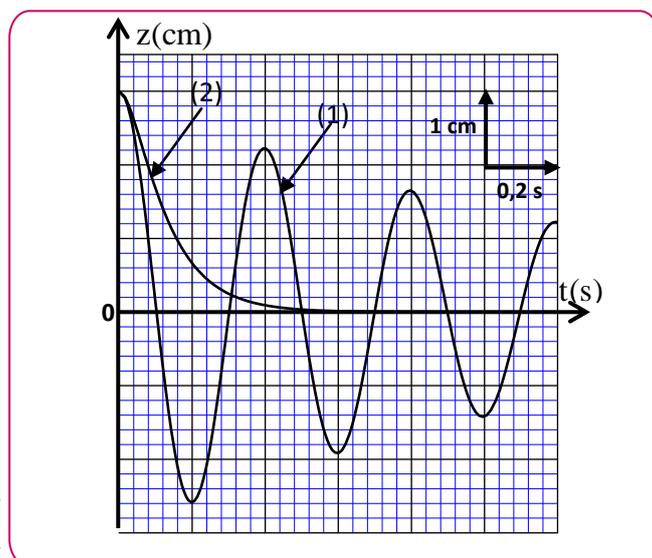
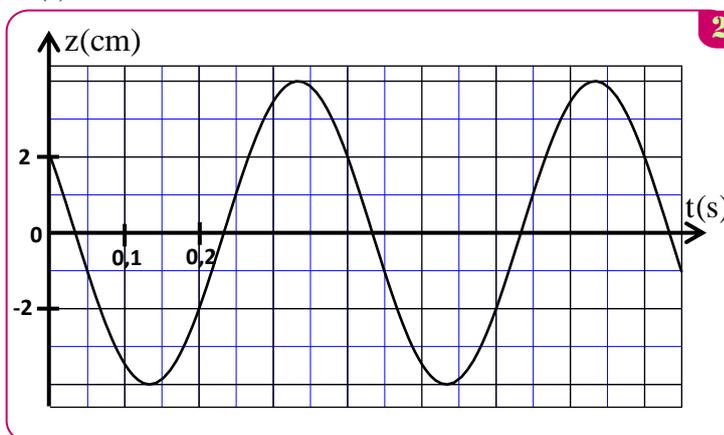
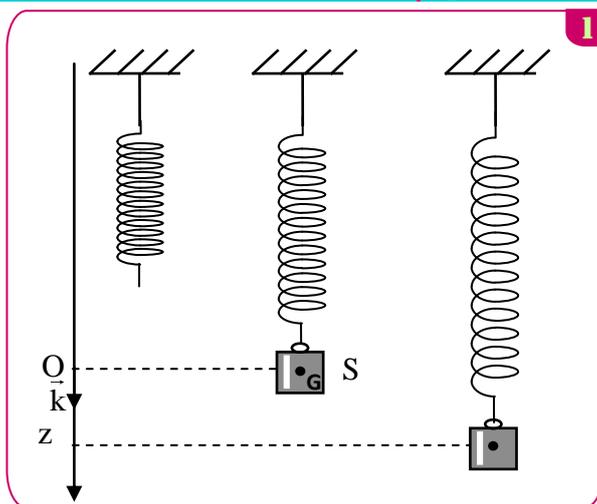
On réalise deux expériences en plongeant l'oscillateur dans deux liquides différents. Dans chaque expérience, on écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre d'une distance z_0 et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t=0$, le solide S oscille alors à l'intérieur du liquide.

Les courbes (1) et (2) de la figure représentent l'évolution n de la cote z du centre d'inertie G au cours du temps dans chaque liquide.

- 1 Associer à chaque courbe le régime d'amortissement correspondant.
- 2 On choisit le plan horizontal auquel appartient le point O , origine du repère $R(O, \vec{k})$, comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} ($E_{pp} = 0$) et l'état où le ressort est non déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} ($E_{pe} = 0$).

Pour les oscillations correspondant à la courbe (1) :

- a. Trouver, à un instant de date t , l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ en fonction de K , z et $\Delta \ell_0$ l'allongement du ressort à l'équilibre dans le liquide.
- b. Calculer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 0,4\text{ s}$.



EXERCICE 2

35 min

Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse $m = 100\text{ g}$, attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K. L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le solide (S) peut glisser sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal (fig.1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié au référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe (O, \vec{i}) .

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère (fig.1).

On prendra $\pi^2 = 10$.

1 Déterminer, à l'équilibre, l'expression de l'allongement

$\Delta \ell_0$ du ressort en fonction de K, m, α et de g l'intensité de la pesanteur.

2 On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_0 dans le sens positif et on l'envoie à l'instant de date $t=0$ avec une vitesse initiale \vec{V}_0 telle que $\vec{V}_0 = -V_0 \vec{i}$.

a. On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre : $(E_{pp}(O) = 0)$ et comme référence de l'énergie potentielle élastique l'état où le ressort est allongé à l'équilibre : $(E_{pe}(O) = 0)$. Trouver, à un instant t, l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ de l'oscillateur en fonction de x et de K.

b. A partir de l'étude énergétique, établir l'équation différentielle régie par l'abscisse x.

3 La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$.

(T_0 étant la période propre de l'oscillateur)

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie potentielle E_p de l'oscillateur en fonction du temps.

a. Trouver la valeur de la raideur K, de l'amplitude X_m et de la phase φ .

b. Par étude énergétique, trouver l'expression de V_0 en fonction de K, m et X_m

